

Oberflächeninhalt

Halbkugel + Kegelmantel

$$O_{\frac{1}{2}O} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

Satz des Pythagoras

$$h_k^2 + r^2 = s^2$$

$$s = \sqrt{h_k^2 + r^2}$$

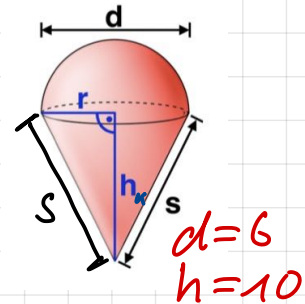
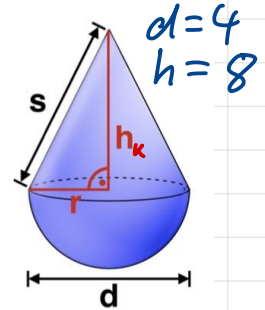
$$O_{\text{gesamt}} = \frac{1}{2} \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot \sqrt{h_k^2 + r^2}$$

Blau 8 $r = \frac{d}{2} = \frac{4}{2} = 2; h_k = h - r = 8 - 2 = 6$

$$O = \frac{1}{2} 4\pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{6^2 + 2^2} \approx 64,87$$

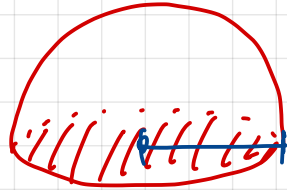
Rot 8 $r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3; h_k = h - r = 10 - 3 = 7$

$$O = \frac{1}{2} 4\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{7^2 + 3^2} \approx 128,33$$



Oberfläche Halbkugel

Google: $3\pi r^2$



r

$$G = \pi r^2$$



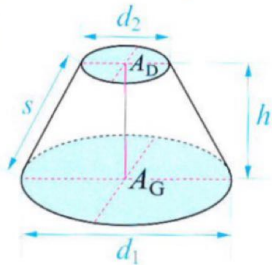
$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi r^2 = 2\pi r^2$$



Formeln verwenden - Becher

In einer Formelsammlung finden sich die folgenden Angaben zum Kreiskegelstumpf bzw. zur Kugelschicht:

Kreiskegelstumpf

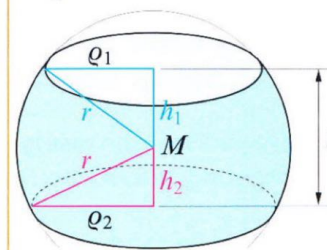


$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$A_O = \pi(r_1^2 + s(r_1 + r_2) + r_2^2)$$

$$s^2 = (r_1 - r_2)^2 + h^2$$

Kugelschicht



$$V = \frac{\pi h}{6} (3q_1^2 + 3q_2^2 + h^2)$$

$$A_O = 2\pi r h + \pi(q_1^2 + q_2^2)$$

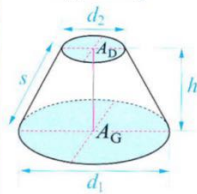
$$q_1^2 = r^2 - h_1^2$$

- Berechne mit Hilfe dieser Angaben das Volumen des Bechers inkl. Deckel. Fertige zunächst eine Skizze an und markiere/benenne alle von dir verwendeten Längen und Strecken.
- Berechne den Oberflächeninhalt des Bechers inkl. Deckel.



Formeln verwenden – Becher - Lösung

Kreisegelstumpf

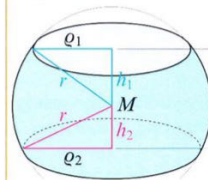


$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$A_O = \pi(r_1^2 + s(r_1 + r_2) + r_2^2)$$

$$s^2 = (r_1 - r_2)^2 + h^2$$

Kugelschicht



$$V = \frac{\pi h}{6} (3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + h^2)$$

$$A_O = 2\pi r h + \pi(\rho_1^2 + \rho_2^2)$$

$$h \quad \rho_1^2 = r^2 - h_1^2$$

Messwerte $d_1 = 9\text{cm}$; $d_2 = 6\text{cm}$; $h = 7\text{cm}$

$d_{oben} = 3\text{cm}$; $d_{unten} = 9\text{cm}$; $(r = \rho_2 = \frac{d_{unten}}{2})$

Volumen

Becher: Kreisegelstumpf $r_1 = \frac{d_1}{2} = 4,5$ und $r_2 = \frac{d_2}{2} = 3$ und $h = 7$

$$V_B = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2) = 313$$

Deckel: Kugelschicht mit $h_2 = 0$; $\rho_2 = \frac{d_{unten}}{2} = 4,5$; $\rho_1 = \frac{d_{oben}}{2} = 1,5$; $h^* = h_1 = \sqrt{r^2 - \rho_1^2} \approx 4,2$

$$V_D = \frac{\pi h}{6} (3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + h^2) = 187$$

$$V_{ges} = V_B + V_D = 500 [\text{cm}^3]$$

Oberfläche

Becher: Kreisegelstumpf ohne obere Kreisfläche (πr_1^2).

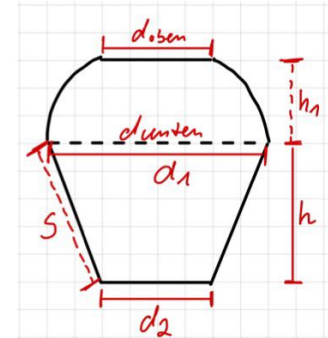
$$s^* = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + h_1^2} \approx 7,2$$

$$A_{O-\text{Becher}} = \pi(r_2^2 + s(r_1 + r_2)) = 198$$

Deckel: Kugelschicht ohne untere Kreisfläche ($\pi \rho_2^2$).

$$A_{O-\text{Deckel}} = 2\pi r h_1 + \pi \rho_1^2 = 126$$

$$O_{ges} = A_{O-\text{Becher}} + A_{O-\text{Deckel}} = 324 [\text{cm}^2]$$



Hinweis *: h_1 und s können auch gemessen werden.

Quellen: Formeln – Das große Tafelwerk 2.0, Cornelsen, 2011

HA : S.162 A4

S.163 A14